

Examenul național de bacalaureat 2026

**Proba E. c)
Matematică $M_{\text{șt-nat}}$**

Variantă 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

THEMA I

(30 Puncte)

- 5p** 1. Zeige, dass $(4, 9 - 3, 4) : 3 + 2, 5 = 3$.
- 5p** 2. Gegeben ist die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 21$. Bestimme die reelle Zahl a so, dass der Punkt $A(-3a, a)$ zum Schaubild der Funktion f gehört.
- 5p** 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\log_7(1 + 2x - x^2) = \log_7(3 - x)$.
- 5p** 4. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass eine gewählte, natürliche, zweistellige Zahl, ein ungerades Vielfaches von 11 ist.
- 5p** 5. Gegeben sind die Punkte $A(0, 5)$, $B(2, 0)$ und $C(4, 2)$ in dem kartesischen Koordinatensystem xOy . Zeige, dass das Dreieck ADC gleichschenkelig ist, wobei der Punkt D die Mitte der Strecke BC ist.
- 5p** 6. Gegeben ist das Dreieck ABC , rechtwinklig in A , mit $\operatorname{tg} B = \frac{1}{3}$ und der Flächeninhalt beträgt 24. Zeige, dass $AC = 4$.

THEMA II

(30 Puncte)

- 5p** 1. Gegeben sind die Matrizen $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ und $A(a) = \begin{pmatrix} 2a+2 & -a \\ a-3 & 1 \end{pmatrix}$, wobei a eine reelle Zahl ist.
- 5p** a) Zeige, dass $\det(A(1)) = 2$.
- 5p** b) Bestimme die reelle Zahl x so, dass $A(0) \cdot (6I_2 - A(2) - A(-2)) = xI_2$.
- 5p** c) Bestimme die Matrix $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ so, dass $A(1) \cdot X \cdot A(1) = 4I_2$.
2. Gegeben ist das Polynom $f = X^3 - aX + 2 + a$, wobei a eine reelle Zahl ist.
- 5p** a) Zeige, dass $f(1) = 3$ für jede reelle Zahl a .
- 5p** b) Bestimme die reelle Zahl a so, dass das Polynom f durch das Polynom $g = X + 2$ teilbar ist.
- 5p** c) Bestimme die reelle Zahl a so, dass $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$, wobei x_1 , x_2 und x_3 die Wurzeln des Polynoms f sind.

THEMA III

(30 Puncte)

- 5p** 1. Gegeben ist die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(2x^2 - 3x)$.
- 5p** a) Zeige, dass $f'(x) = e^x(2x+3)(x-1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Zeige, dass $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - x}{f(x) + x} = 2$.
- 5p** c) Bestimme die reellen Zahlen a so, dass die Tangente an das Schaubild der Funktion f in dem Punkt mit der Abszisse $x = a$, der zum Schaubild der Funktion f gehört, den Anstieg gleich 0 hat.
2. Gegeben ist die Funktion $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (2x^2 + 4x)\sqrt{x+1}$.
- 5p** a) Zeige, dass $\int_0^3 \frac{f(x)}{\sqrt{x+1}} dx = 36$.

-
- 5p** b) Zeige, dass $\int_3^8 \frac{x^2 + 2x}{f(x)} dx = 1$.
- 5p** c) Gegeben ist die Funktion $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{4\sqrt{x+1}}{f(x)}$. Bestimme den Flächeninhalt der Fläche begrenzt von dem Schaubild der Funktion g , der Ox -Achse und den Geraden mit den Gleichungen $x=1$ und $x=4$.