

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

THEMA I

(30 Puncte)

- 5p** 1. Gegeben ist die komplexe Zahl $z = 3 - i$. Zeige, dass $z(z + 2i) = 10$.
- 5p** 2. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 4$. Bestimme die reelle Zahl a so, dass $f(a) + f(-2a) = a$.
- 5p** 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\sqrt{x^2 + 7} = 2\sqrt{x + 1}$.
- 5p** 4. Gegeben ist die Menge $A = \{1, 2, 3, 5, 7\}$. Bestimme wie viele von den Teilmengen der Menge A genau drei Elemente haben und die Zahl 5 enthalten.
- 5p** 5. Gegeben sind die Punkte $A(3, 6)$, $B(4, 1)$ und $C(5, a)$ in dem kartesischen Koordinatensystem xOy , wobei a eine reelle Zahl ist. Bestimme die reelle Zahl a so, dass die Geraden OA und BC parallel sind.
- 5p** 6. Gegeben ist der Ausdruck $E(x) = (1 + \tan^2 x) \sin \frac{x}{2} + \cos 3x$, wobei $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$. Zeige, dass $E\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$.

THEMA II

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Matrix $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a & a \\ a & 3 & a \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ und das System von linearen Gleichungen
- $$\begin{cases} x + ay + az = 1 \\ ax + 3y + az = 0, \text{ wobei } a \text{ eine reelle Zahl ist.} \\ 2y + z = 0 \end{cases}$$
- 5p** a) Zeige, dass $\det(A(1)) = 2$.
- 5p** b) Zeige, dass für jede reelle Zahl a , das Gleichungssystem eine einzige Lösung hat.
- 5p** c) Bestimme die natürliche, von Null verschiedene Zahl a so, dass das Gleichungssystem die Lösung (x_0, y_0, z_0) hat mit $z_0 = nx_0$, wobei n eine natürliche Zahl ist.
2. Auf der Menge der reellen Zahlen definiert man die assoziative Verknüpfung $x * y = \frac{2}{3}(x - 3)(y - 3) + 3$.
- 5p** a) Zeige, dass $0 * 2 = 5$.
- 5p** b) Bestimme die reellen Zahlen x so, dass $x * \frac{3x}{2} = 5x$.
- 5p** c) Bestimme die Paare von natürlichen Zahlen (m, n) so, dass $m * m * n = -1$.

THEMA III

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 + 5}$.
- 5p** a) Zeige, dass $f'(x) = \frac{(x^2 - 1)(x^2 + 20)}{(x^2 + 5)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.

- 5p** b) Zeige, dass die Gerade $y = x$ eine schiefe Asymptote gegen $+\infty$ an das Schaubild der Funktion f ist.
- 5p** c) Bestimme die Menge der reellen Zahlen m so, dass die Gleichung $f(x) = m$ genau drei Lösungen hat.
- 2.** Gegeben ist die Funktion $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x \ln x}$.
- 5p** a) Zeige, dass $\int_2^3 f(x) x \ln x dx = \frac{7}{3}$.
- 5p** b) Zeige, dass $\int_e^{e^2} \frac{f(x)}{x^2 - 4} dx = \ln 2$.
- 5p** c) Zeige, dass $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{F^2(x)} \int_2^x (t - 2) F(t) dt = \frac{\ln 2}{4}$, wobei $F : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ die Stammfunktion der Funktion f ist so, dass $F(2) = 0$.